	INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN LUCAS GESTIÓN ACADÉMICA GUÍA DE CLASES	**Código:** GA-F020 **Versión:** 1 **Vigencia:** 30/03/2020

Asignatura: MATEMATICAS		**Grado: 11**
Contenido: SECCIONES CÓNICAS LA CIRCUNFERENCIA		**FECHA DE ENTREGA: Martes 23 Junio de 2020**
Aprendizaje: Identifica la ecuación general y particulas de las cónicas y esboza sus graficas en el plano cartesiano.		
Saberes Previos: Cuadrado del binomio. Completacion de cuadrados. Ecuación de las cónicas.		

Fases	Actividades	Recursos	Desempeños
INICIO	Cordial saludo a los estudiantes de grado once. Deseándoles lo mejor con esta frase de motivación Tus acciones positivas combinadas con pensamientos positivos resultan en éxito (Winston Churchill). Se da inicio a esta guía de matemáticas, la cual empieza con la lectura de la guía anexa n 12V02 en la cual leerán las definiciones relacionadas con las cónicas. En esta parte conocerán, o recordaran, conceptos tales como centro, radio, cuerda, diámetro, arco, secante y tangente, foco, vertice, eje, etc.	Pc o celular o Tablet guía anexa n 12v02	1reconoce conceptos relacionados con la circunferencia y la parábola. Identifica la ecuación general y canónica de la circunferencia
DESARROLLO	Actividad 1:Leer detenidamente la parte en donde recapitularemos lo visto en la clase de conicas con la circunferencia y la parábola. A continuacion puedes analizar los ejemplos de las guías anteriores relacionadas con las cónicas	Pc o celular o tablet guia anexa n12v02	esboza graficas de circunferencia en el plano cartesiano.

Fases	Individual	Grupal
CIERRE DINAMICAS	Actividad 2: Resolver los problemas propuestos en la guía n 12v02,. Si tienes problemas para transformar las ecuaciones ve el siguiente link https://www.youtube.com/watch?v=C8NI8VYUuCc	
CIERRE DINAMICAS	Al terminar la guía en tu cuaderno de matemáticas debes enviar fotos de las actividades a los correos elk838383@gmail.com jornada am y profewillman.ortega@gmail.com jornada pm. Recuerda que puedes preguntar a los docentes cualquier duda que tengas, ya sea al correo mostrado u otros medios como Facebook o WhatsApp.	
Evaluación (Heteroevaluación, Coevaluación,	Revisión por parte del docente de la actividad 3.	
Bibliografía	Material anexo diseñado por el profesor Willman Ortega con la colaboración del profesor Elkin Gutierrez https://docplayer.es/21012464-Instituto-valladolid-preparatoria-pagina-55-en-el-caso-de-la-circunferencia-su-ecuacion-en-forma-general-es.html	

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN LUCAS

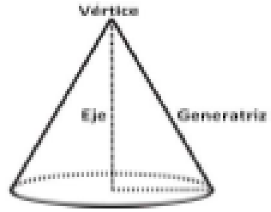
GUÍA DE TRABAJO N° 12 v01

ÁREA : **MATEMÁTICAS**
TEMA : **LAS REFUERZO SECCIONES CÓNICAS**
GRADO : **11º** **GRUPO** : _____
PROFESOR : **WILLMAN ORTEGA MENA**
ESTUDIANTES:

SECCIONES CÓNICAS

Se le llaman secciones cónicas a las figuras que se forman en el borde que queda luego de cortar un cono recto doble con un plano.

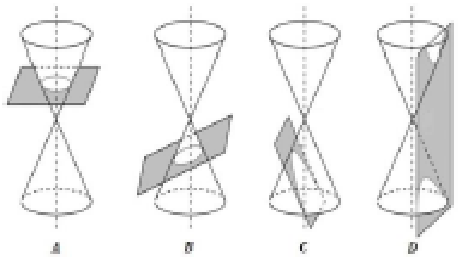
Recordemos que un **cono recto** es un sólido de revolución generado por el giro de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos, este cateto recibe el nombre de **eje del cono**. Al círculo formado por el giro del otro cateto se le denomina **base del cono** y la hipotenusa de este triángulo rectángulo es llamada **generatriz** (fig. 01)



$fig.01$

Dependiendo del ángulo de inclinación con el que el plano interseque al cono, así recibirá el nombre la sección cónica formada; observemos esto en la $fig.02$ que muestra las diferentes posibilidades en que un cono doble es cortado por un plano

- Cuando el ángulo de inclinación del plano de corte es **perpendicular al eje** del cono doble, la figura formada es una **circunferencia**, $fig.02A$
- Cuando el ángulo de inclinación del plano de corte es **paralelo una de las generatrices** del cono doble, la figura formada es una **Parábola** fig. 02B
- Cuando el ángulo de inclinación del plano de corte es tal que **interseca a todas las generatrices** de un mismo lado del vértice del cono doble sin llegar a ser perpendicular al eje del mismo, la figura formada es una **elipse** fig. 02C
- Cuando el ángulo de inclinación del plano de corte es paralelo al eje del cono doble, la figura formada es una **hipérbola**, $fig.02D$



$fig.02$

Desde el punto de la **Geometría Analítica** (Rama de las matemáticas que estudia la geometría desde el punto de vista algebraico) se puede definir una cónica como el lugar geométrico[1] originado por una ecuación de segundo grado en dos variables del tipo

$$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$$

A esta ecuación se le llama ecuación general de las cónicas y los valores que toman los coeficientes A, B, D, E y F, determinan que tipo de cónica es y cuál es su posición en el plano.

---

[1] Es el conjunto de todos los puntos que cumplen una determinada condición matemática y que se representan por la gráfica en el plano de una expresión algebraica.

ANALISIS DE LA ECUACIÓN GENERAL DE LAS CÓNICAS

Lo primero que debemos observar en esta ecuación es que para que represente una cónica debe existir al menos un termino de segundo grado, esto quiere decir que al menos uno de los coeficiente $\boldsymbol{A}$ o $\boldsymbol{B}$ debe ser diferente de cero.

- ¿Qué puedes deducir si ambos coeficientes $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ son cero?

Preliminarmente podemos realizar el siguiente análisis el cual profundizaremos cuando estudiemos más a fondo cada una de las secciones cónicas:

- Cuando existe sólo uno de los cuadrados, ya sea el de la variable x o el de la variable y, el lugar geométrico formado es el de una Parábola, la cual abre hacia el eje del término lineal que carece de su cuadrado.
- Cuando existen ambos cuadrados y los coeficientes son iguales tanto en el signo como en valor numérico $(\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B})$, entonces el lugar geométrico formado es el de una Circunferencia.
- Cuando existen ambos cuadrados y los coeficientes son iguales en el signo pero con diferente valor numérico $(\boldsymbol{A} \neq \boldsymbol{B}\ ambos\ positivos\ o\ ambos\ negativos)$, entonces el lugar geométrico formado es el de una Elipse.
- Cuando existen ambos cuadrados y los coeficiente son diferentes tanto en el signo como en valor numérico $(\boldsymbol{A} \neq \boldsymbol{B}\ uno\ positivos\ y\ otro\ negativos)$, entonces el lugar geométrico formado es el de una Hipérbola.
- En todos los casos cuando existen uno o ambos términos cuadrados acompañado de su respectivo término lineal, hay desplazamiento del lugar geométrico respecto al origen del plano.

LA PARÁBOLA

La parábola es el lugar geométrico de todos los puntos cuyas distancias a una recta fija, llamada **directriz**, y a un punto fijo, llamado **foco**, son iguales entre sí. Hay cuatro posibilidades de obtener una parábola tal como se ilustra en la figura 03:

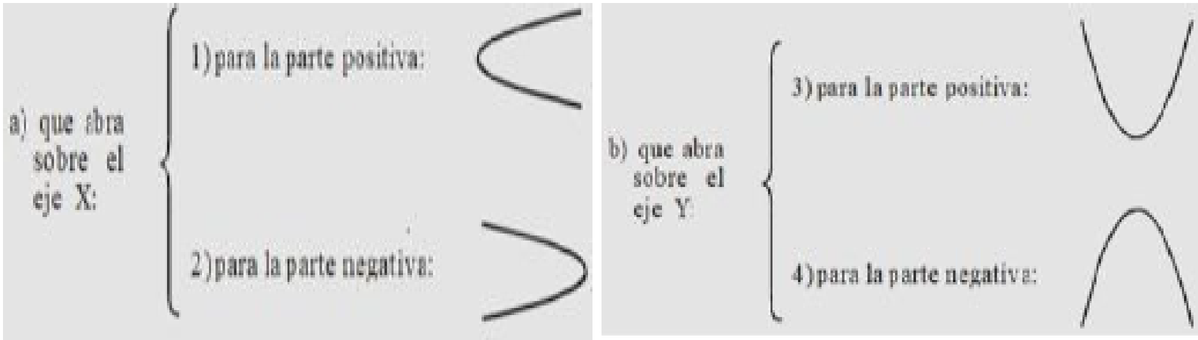


Fig. 03

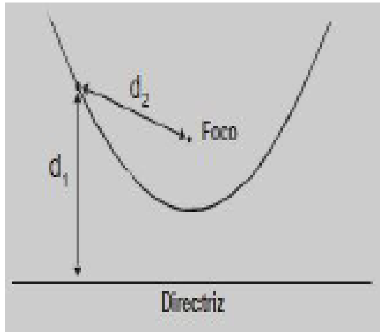


Fig. 04

Cualquiera que sea su posición, la distancia $\mathbf{d_1}$ de cualquier punto de la parábola a la recta llamada directriz es igual a la distancia $\mathbf{d_2}$ de ese mismo punto de la parábola al punto llamado foco. En la figura 04, $\boldsymbol{d_1 = d_2}$

Las partes principales de una parábola, mostradas en la figura 05, son las siguientes:

Eje focal: O eje de la Parábola es la recta que divide a la parábola simétricamente y que pasa por el foco.

Vértice: Es el punto donde se intersecan la parábola con el eje focal. Las coordenadas del vértice, igual que en la circunferencia, se designan con las letras h y k.

Distancia focal: Es la distancia que existe del foco al vértice y se le asigna la letra **p**. De acuerdo con la definición esta distancia **p**, es equivalente a la que hay entre el vértice y la directriz.

Lado recto: Es la cuerda perpendicular al eje focal y que pasa por el foco. Su longitud es una de las características importantes de la parábola y es igual a **4p**.

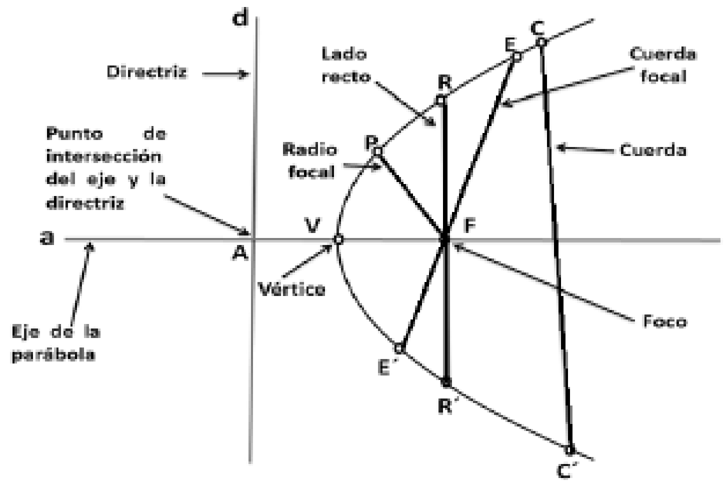


Fig. 05

ECUACIONES DE LA PARABOLA

Recordemos que la ecuación general de segundo grado es

$$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Cuando se trata de una Parábola, uno de los dos coeficientes (A o B) es cero, esto quiere decir que en la ecuación de una Parábola un solo término es de segundo grado, así…

Las ecuaciones generales de la Parábola son:

$$x^2 + Dx + Ey + F = 0$$ Si se abre hacia el eje Y

o bien

$$y^2 + Dx + Ey + F = 0$$ Si se abre hacia el eje X

Las características principales de la parábola son:

1) Coordenadas del vértice $V(h, k)$;
2) coordenadas del foco f;
3) la distancia focal p;
4) dirección en que abre la parábola;
5) longitud del lado recto LR.

La ecuación en forma particular nos proporciona o nos permite hallar esas características.
Las ecuaciones particulares de la Parábola son:

$$(x-h)^2 = 4p(y-k) \qquad \text{Si se abre hacia el eje Y}$$

o bien

$$(y-k)^2 = 4p(x-h) \qquad \text{Si se abre hacia el eje X}$$

- Si la parábola abre hacia el eje X positivo, el valor de p es positivo.
- Si la parábola abre hacia el eje X negativo, el valor de p es negativo.
- Si la parábola abre hacia el eje Y positivo, el valor de p es positivo.
- Si la parábola abre hacia el eje Y negativo, el valor de p es negativo.

LA CIRCUNFERENCIA

La **circunferencia** es el lugar geométrico de todos los puntos de un plano, que equidistan de un punto fijo, llamado centro; en este caso está representado por la figura 06. Es importante aclarar que el área encerrada es llamada círculo.
La siguiente figura muestra además los elementos de una circunferencia

- **Centro**: es un punto al interior de la circunferencia equidistante de todos los puntos de la misma.
- **Radio**: es la distancia que hay desde el centro a cualquier punto de la circunferencia
- **Cuerda**: es cualquier segmento que toca dos puntos de la circunferencia.
- **Diámetro**: Cualquier cuerda que pasa por el centro de la circunferencia
- **Arco**: es una porción de circunferencia
- **Secante**: cualquier recta que toca dos puntos de la circunferencia
- **Tangente**: cualquier recta que toca un y sólo un punto de la circunferencia y que es perpendicular al radio.

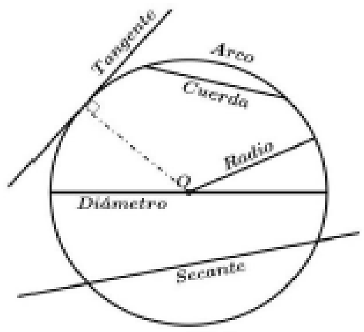


Fig. 06

RECORDEMOS: la ecuación general de las cónicas tiene la forma

$$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Y, para que sea una circunferencia los coeficientes $(A \text{ y } B)$ deben ser iguales tanto en el signo como en valor numérico, por tanto la ecuación anterior queda

$$Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Y si dividimos toda la ecuación por A podemos escribirla en forma generalizada así:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

La ecuación anterior es llamada **ecuación general de la circunferencia**.

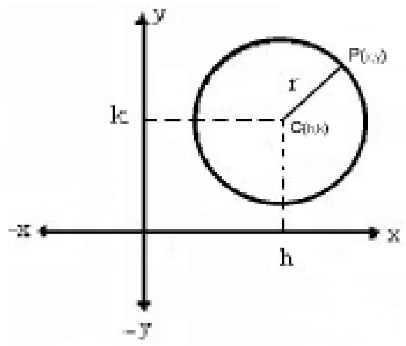
Como ya se observó en la guía N° 08 la ecuación general no proporciona mucha información acerca de las características de la figura; pero como se mostró en la guía N° 09 de la Parábola, con la ecuación particular se obtienen los datos necesarios para identificar plenamente a la cónica respectiva. En nuestro caso la circunferencia.

Las **características principales** de la circunferencia son **la ubicación del centro y la medida del radio**. La ecuación en forma particular proporciona esa información.

Aplicando los procedimientos de factorización y reorganizando los términos tenemos **la ecuación particular de la circunferencia**

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

Donde (h,k) representan en un plano cartesiano las coordenadas del centro y r la longitud del radio.



EJERCICIOS

Dada las siguientes ecuaciones identifique el tipo de cónica que es argumentando su elección, halle sus características y esboce su gráfica si es una parábola o dibuje con un compás si es una circunferencia.

1) $x^2+y^2-10x-6y-2=0$
2) $(y-8)^2=-20(x+1)$
3) $(x-2)^2+(y-9)^2=36$
4) $x^2-6x+8y+25=0$
5) $y^2+24x-6y+33=0$
6) $x^2+y^2-6x+4y-36=0$