INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN LUCAS

Código: GA-F004
Versión: 2
Vigencia: 10/01/2017

Asignatura: MATEMATICAS		**Grado: 11**	
Contenido: LA PARABOLA		**FECHA DE ENTREGA: Miercoles 13 de mayo de 2020**	
Aprendizaje: Identifica la parabola como un lugar geometrico . Identifica una parabola dada su formula general.			
Saberes Previos: Las secciones conicas, cuadrado del binomio, expresiones algebraicas,factor comun.			
Fases	**Actividades**	**Recursos**	**Desempeños**
INICIO	Cordial saludo a los estudiantes de grado once.deseandoles lo mejor con esta frase de motivacion La vida es una serie de colisiones con el futuro; no es una suma de lo que hemos sido, sino de lo que anhelamos ser.-José Ortega y Gasset. Se da inicio a esta guia de matematicas, la cual empieza resaltando la importancia de la parabola. Los estudiantes que posean los medios veran este video que resalta la importancia de la parabola https://www.youtube.com/watch?v=YJ-cttC6aSM	Pc o celular o tablet cuaderno, guia impresa	1reconoce la importancia de la parabola en el mundo que nos rodea.2Reconoce las partes que componen una parabola
DESARROLLO	Leer detenidamente el anexo guia de trabajo 09. Observar detenidamente las definicion de parabola, las partes que la componen y las figuras relacionadas. Leer detenidamente en el anexo las ecuaciones de la parabola. Leer detenidamente los 3 ejemplos resueltos en la guia antes mencionada. Para despejar dudas o profundizar mas puedes ver los siguientes videos https://es.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:conics/x9e81a4f98389efdf:parab-focus-directrix/v/focus-and-directrix-introduction?modal=1 https://www.youtube.com/watch?v=kOHiFMQgB0E https://www.youtube.com/watch?v=Yxqy4KqsLSM https://www.youtube.com/watch?v=_Q9RXHL66oU https://www.youtube.com/watch?v=MX9jnNp8DKA https://www.youtube.com/watch?v=pAaFKkwEoqk	Pc o celular o tablet cuaderno, 1 hoja de cuaderno.guia de trabajo 09	Identifica la parabola como un lugar geometrico .Identifica las partes de la parabola. Identifica una parabola dada su formula general. Relaciona una representacion grafica con una formula matematica.

NOTA:Para entender lso ejemplos debes saber completar cuadrados, observa abajo la explicacion en caso de que no lo recuerdes

FACTORIZACIÓN DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA COMPLETANDO CUADRADOS

Podemos resolver una ecuación de segundo grado, convirtiendo parte de ella en un trinomio cuadrado perfecto de la forma $x^2 + 2bx + b^2$ y cuya factorización es $(x+b)^2$.

$$(x+b)^2 = x^2 + 2bx + b^2$$

Asignatura: **MATEMATICAS**	**Grado: 11**

Contenido: LA PARABOLA

Aprendizaje: Identifica la parabola como un lugar geometrico . Identifica una parabola dada su formula general.

Saberes Previos: Las secciones conicas, cuadrado del binomio, expresiones algebraicas,factor comun.

DESARROLLO

Analice la factorización de las siguientes ecuaciones donde se ha utilizado el método de completar cuadrados

1) $x^2 - 10x + 19 = 0$

Primero separamos el término independiente

$$x^2 - 10x = -19$$

Tomamos el coeficiente de x (10), lo dividimos entre 2 y lo elevamos al cuadrado$\left(\frac{10}{2}\right)^2$ y el resultado obtenido $\left[(5)^2 = \mathbf{25}\,\right]$ lo adicionamos en ambos miembros de la ecuación

$$x^2 - 10x + 25 = -19 + 25$$

Ahora Factorizamos el trinomio así

$$\boldsymbol{(x-5)^2 = 6}$$

Otro ejemplo cuando x^2 tiene coeficiente diferente de 1:

2) $3x^2 + 4x - 6 = 0$

Antes de comenzar observamos que el término cuadrático tiene coeficiente 3, por lo tanto, debemos dividir todos los términos por 3

$$\frac{3}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{6}{3} = \frac{0}{3}$$

$$x^2 + \frac{4}{3}x - 2 = 0$$

Ahora

$$x^2 + \frac{4}{3}x = 2$$

$$\boxed{\left(\frac{\frac{4}{3}}{2}\right)^2 = \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}}$$

$$x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = 2 + \frac{4}{9}$$

$$\left(\boldsymbol{x} + \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\right)^2 = \frac{\mathbf{22}}{\mathbf{9}}$$

CIERRE DINAMICAS

ACTIVIDAD1:Resolver los ejercicios propuestos numero pares para los cursos 1101 y 1103, numeros impares para los cursos 1102 y 1004.enviar las respuestas mediante un documento o foto en los correos correspondientes.

Si deseas practicar mas la relacion de la ecuacion con la conica correspondiente puedes ingresar al link

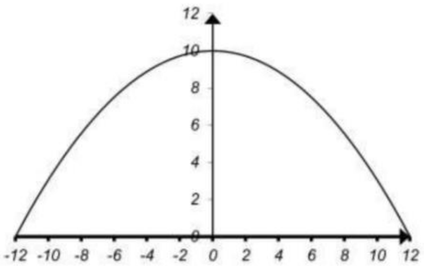
https://www.geogebra.org/m/XQ95FTuc

y colocar valores de h,k y p hasta que salga el icono de correcto.

ACTIVIDAD2:lee la situacion y haz el dibujo en tu cuaderno, imaginando 2 cuadros de tu cuaderno representa un metro, es decir para colocar el 12 contaras 24 cuadros.

El problema del túnel

Un túnel en forma de arco parabólico vertical, tiene una altura máxima de *10* metros y sus puntos de apoyo en el suelo están separados *24* metros. ¿El foco de



Al terminar la guia en tu cuaderno de matematicas puedes enviar fotos de las actividades a los correos elk838383@gmail.com jornada am y profewillman.ortega@gmail.com jornada pm. Recuerda que puedes preguntar a los docentes cualquier duda que tengas, ya sea al correo mostrado u otros medios como facebook o whatsap.

Fases	Individual	Grupal
Evaluación (Heteroevaluación, Coevaluación, Autoevaluación)	Se evaluan los ejercicios propuestos.La autoevaluacion del estudiante, asi como el grado de compromiso antes sus obligaciones academicas.	

Bibliografía

Documento 05 LA PARABOLA, INSTITUTO VALLADOLID PREPARATORIA paginas 90104

https://steemit.com/stem-espanol/@rbalzan79/la-parabola-determinacion-de-su-ecuacion

https://portalacademico.cch.unam.mx/materiales/prof/matdidac/sitpro/mate/mate/mate3/matemaIII/13U5PROBLEMAS_DE_APLICACION_DE_LA_PARABOLA.pdf

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN LUCAS

GUÍA DE TRABAJO Nº 09

ÁREA : MATEMÁTICAS

TEMA : LA PARABOLA

GRADO : 10º GRUPO : _____

PROFESOR : WILLMAN ORTEGA MENA

ESTUDIANTES:

DEFINICIONES

La parábola es el lugar geométrico de todos los puntos cuyas distancias a una recta fija, llamada **directriz**, y a un punto fijo, llamado **foco**, son iguales entre sí.

Hay cuatro posibilidades de obtener una parábola tal como se ilustra en la figura 01:

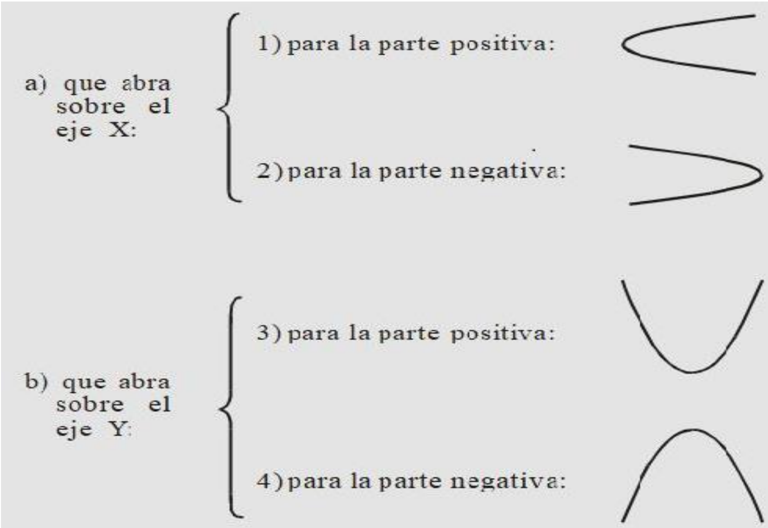


Fig. 01

Cualquiera que sea su posición, la distancia $\mathbf{d_1}$ de cualquier punto de la parábola a la recta llamada directriz es igual a la distancia $\mathbf{d_2}$ de ese mismo punto de la parábola al punto llamado foco. En la figura 02, $\boldsymbol{d_1 = d_2}$

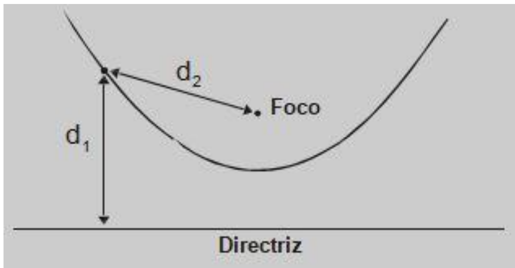


Fig. 02

Las partes principales de una parábola, mostradas en la figura 03, son las siguientes:

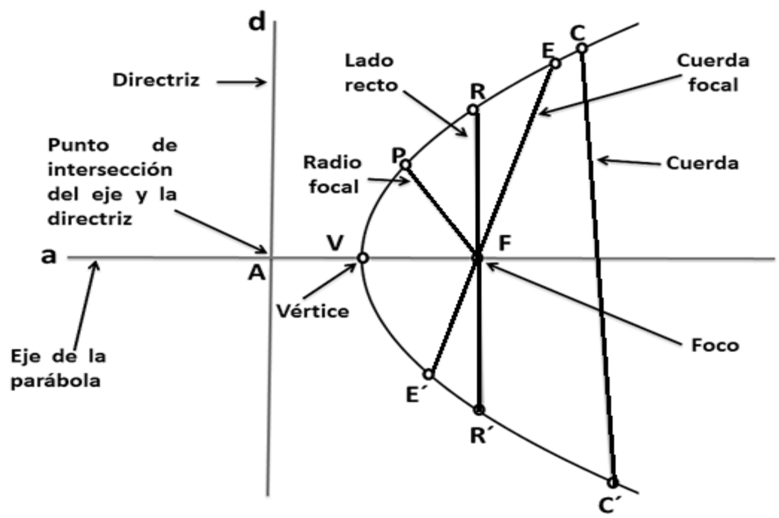


Fig. 03

Eje focal: O eje de la Parábola es la recta que divide a la parábola simétricamente y que pasa por el foco.
Vértice: Es el punto donde se intersecan la parábola con el eje focal. Las coordenadas del vértice, igual que en la circunferencia, se designan con las letras h y k.
Distancia focal: Es la distancia que existe del foco al vértice y se le asigna la letra **p**. De acuerdo con la definición esta distancia **p**, es equivalente a la que hay entre el vértice y la directriz.
Lado recto: Es la cuerda perpendicular al eje focal y que pasa por el foco. Su longitud es una de las características importantes de la parábola y es igual a **4p.**

ECUACIONES DE LA PARABOLA
Recordemos que la ecuación general de segundo grado es

$$\boldsymbol{Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0}$$

En la circunferencia los coeficientes A ∧ B son iguales, pero cuando se trata de una Parábola, uno de los dos coeficientes (A o B) es cero, esto quiere decir que en la ecuación de una Parábola un solo término es de segundo grado, así…

Las ecuaciones generales de la Parábola son:

$\boldsymbol{x^2 + Dx + Ey + F = 0}$ Si se abre hacia el eje Y

o bien

$\boldsymbol{y^2 + Dx + Ey + F = 0}$ Si se abre hacia el eje X

Las características principales de la parábola son:

1) Coordenadas del vértice $\boldsymbol{V}(h, k)$;
2) coordenadas del foco $\boldsymbol{f}$;
3) la distancia focal $\boldsymbol{p}$;
4) dirección en que abre la parábola;
5) longitud del lado recto $\boldsymbol{LR}$.

La ecuación en forma particular nos proporciona o nos permite hallar esas características.

Las ecuaciones particulares de la Parábola son:

$$(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h})^2 = 4\boldsymbol{p}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{k}) \qquad \text{Si se abre hacia el eje Y}$$

o bien

$$(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{k})^2 = 4\boldsymbol{p}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{h}) \qquad \text{Si se abre hacia el eje X}$$

* Si la parábola abre hacia el eje X positivo, el valor de p es positivo.
* Si la parábola abre hacia el eje X negativo, el valor de p es negativo.
* Si la parábola abre hacia el eje Y positivo, el valor de p es positivo.
* Si la parábola abre hacia el eje Y negativo, el valor de p es negativo.

TRANSFORMACIONES DE LA ECUACIÓN PARTICULAR A LA GENERAL Y VICEVERSA

El proceso algebraico de hacer transformaciones entre las ecuaciones de la Parábola es muy similar al que se realiza con el de la circunferencia y las demás cónicas que tienen al menos un término al cuadrado, pues en todas ellas volverán a presentarse los binomios $(x-h) \wedge (y-k)$ en los que $\boldsymbol{h}$ y $\boldsymbol{k}$ representan las coordenadas, en este caso del vértice de la Parábola.

A continuación se presentaran varios ejemplos los cuales analizaran para luego resolver los ejercicios propuestos.

Ejemplo 01:

Transformar a la forma general, la siguiente ecuación de la Parábola:

$$(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{3})^2 = \boldsymbol{12}(\boldsymbol{y}+\boldsymbol{1})$$

- Primero resolvemos las operaciones indicadas, es decir resolvemos el binomio elevado al cuadrado y al tiempo realizamos el producto de 12 por el otro binomio, así:

$$\boldsymbol{x^2-6x+9=12y+12}$$

- Luego transponemos los términos para igualar a cero

$$\boldsymbol{x^2-6x+9-12y-12=0}$$

- Por último realizamos las operaciones indicadas

$$\boldsymbol{x^2-6x+12y-3=0}$$

Ejemplo 02:

Transformar a la forma particular, la siguiente ecuación de la Parábola y esbozar su gráfica:

$$\boldsymbol{x^2-2x-16y+65=0}$$

- Primero separamos en el primer miembro los términos de la variable de segundo grado y pasamos al segundo miembro la variable de primer grado y el término independiente, así:

$$\boldsymbol{x^2-2x=16y-65}$$

- Completamos cuadrado del lado izquierdo y agregamos el complemento del lado derecho para que la igualdad no se altere, así:

$$x^2-2x+\boldsymbol{1}=16y-65+\boldsymbol{1} \qquad \boxed{\left(\frac{2}{2}\right)^2=(1)^2=1}$$

- Factorizamos en el primer miembro y resolvemos en el segundo

$$(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{1})^2 = \boldsymbol{16y-64}$$

- Sacamos el factor común en el segundo miembro y obtenemos la ecuación particular

$$(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{1})^2 = \boldsymbol{16}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{4})$$

De la ecuación anterior podemos observar

$$(x-\underbrace{\mathbf{1}}_{-h})^2 = \underbrace{\mathbf{16}}_{4p}(y-\underbrace{\mathbf{4}}_{-k})$$

De aquí se deduce que $h = 1$; $k = 4$; $4p = 16$, por tanto $p = 4$. Se trata entonces de una parábola que abre hacia la parte positiva del eje Y (porque no hay y^2 y porque p resultó positivo), y cuyo vértice tiene por coordenadas $V(1, 4)$. El esbozo de la parábola se muestra en dos pasos en las figuras 04a y 04b

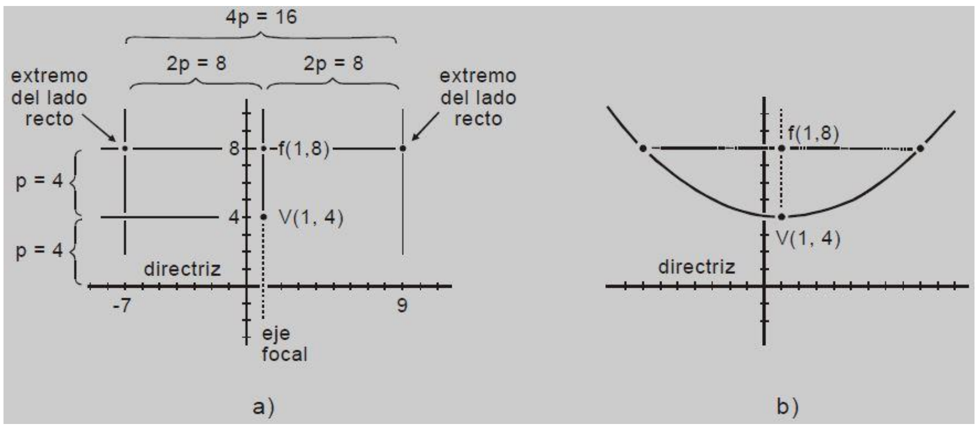


Fig. 04

a) Sabiendo que $h = 1$ y que $k = 4$ son las coordenadas del vértice, lo primero que se hace es ubicar el vértice con dichas coordenadas (ver figura 04a).
b) A partir de que se dedujo que la parábola abre hacia arriba y que $p = 4$, se cuentan cuatro unidades verticalmente hacia arriba a partir de la ubicación del vértice para localizar la ubicación del foco, que es este caso resulta $f\ (1, 8)$.
c) Sabiendo que del vértice hacia la directriz, pero en sentido contrario al foco, también existe la distancia $p = 4$, se cuentan cuatro unidades hacia abajo para localizar a la directriz. En este caso coincide con el eje de las X y su ecuación es $y = 0$.
d) Sabiendo que el lado recto mide de extremo a extremo una longitud igual a $4p$, se deduce fácilmente que del eje focal o de simetría hacia cada lado de la parábola mide la mitad, o sea $2p$. Como en este caso $p = 4$, significa que hay 8 unidades hacia la izquierda hasta donde termina el lado recto; lo mismo pasa hacia la derecha. Se localizan esos dos puntos porque por allí pasa también la parábola. En la figura 04a se ha señalado con el comentario “extremo del lado recto”.
e) Finalmente se unen los principales puntos de la parábola y así se ha obtenido un esbozo de ella. La figura 04b lo muestra.

Ejemplo 03:

Hallar las coordenadas del vértice y del foco y esbozar la gráfica de la siguiente Parábola

$$2y^2 + 16x - 20y + 98 = 0$$

Se trata de una parábola que abre hacia el eje de las X, ya que solamente tienen un término cuadrado $\boldsymbol{y}$. Debe transformarse esta ecuación a la particular para obtener toda la información requerida.

Como en este caso el término de segundo grado tiene coeficiente diferente de 1, antes de continuar debemos dividir toda la ecuación por este. Así que, en este caso, dividiendo entre 2 ambos miembros de la ecuación dada, así:

$$\frac{2y^2 + 16x - 20y + 98}{2} = \frac{0}{2}$$

$$\boldsymbol{y^2 + 8x - 10y + 49 = 0}$$

Ahora procedemos como en el ejemplo anterior.

- Primero separamos en el primer miembro los términos de la variable de segundo grado y pasamos al segundo miembro la variable de primer grado y el término independiente, así:

$$\boldsymbol{y^2 - 10y = -8x - 49}$$

- Completamos cuadrado del lado izquierdo y agregamos el complemento del lado derecho para que la igualdad no se altere, así:

$$y^2 - 10y + \mathbf{25} = -8x - 49 + \mathbf{25} \qquad \boxed{\left(\frac{10}{2}\right)^2 = (5)^2 = 25}$$

- Factorizamos en el primer miembro y resolvemos en el segundo

$$(\boldsymbol{y} - \mathbf{5})^2 = \boldsymbol{-8x - 24}$$

- Sacamos el factor común en el segundo miembro y obtenemos la ecuación particular

$$(\boldsymbol{y} - \mathbf{5})^2 = \boldsymbol{-8}(\boldsymbol{x} + \mathbf{3})$$

De aquí se deduce que $h = -3$; $k = 5$; $4p = -8$, por tanto $p = -2$. Se trata entonces de una parábola que abre hacia la parte negativa del eje X (porque no hay x^2 y porque p resultó negativo), y cuyo vértice tiene por coordenadas $V(-3{,}5)$. El esbozo de la parábola se muestra en dos pasos en las figuras 05a y 05b

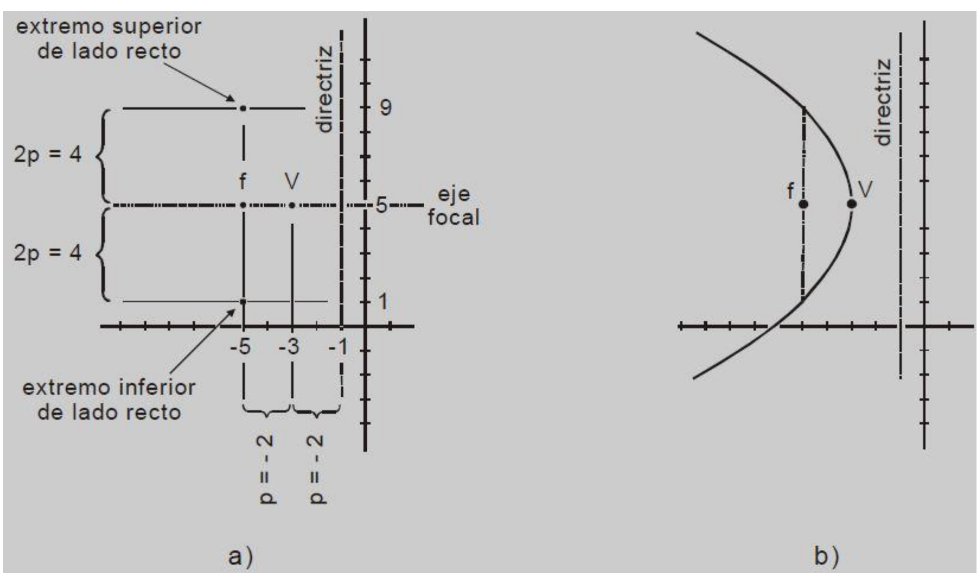


Fig. 05

EJERCICIOS

El grupo 11-03 resolverá los ejercicios impares, y el grupo 11-04 resolverá los ejercicios pares, deberán presentarlos por escrito y con todos los procedimientos realizados

Transformar las siguientes ecuaciones de parábolas a su ecuación particular y deducir las coordenadas del vértice, las coordenadas del foco, el valor de p, hacia dónde abre y esbozar su gráfica:

1) $x^2 + 6x - 4y + 5 = 0$
2) $x^2 - 4x - 12y - 56 = 0$
3) $x^2 - 6x + 8y + 25 = 0$
4) $y^2 - 20x + 16y + 44 = 0$
5) $y^2 + 4x - 12y + 24 = 0$
6) $y^2 + 24x - 6y + 33 = 0$
7) $y^2 - 8x + 8 = 0$
8) $y^2 + 16x + 4y + 4 = 0$
9) $x^2 + 12y + 60 = 0$
10) $x^2 - 14x - 20y + 49 = 0$

Transformar las siguientes ecuaciones de parábolas a su ecuación general y esbozar su gráfica:

11) $(x + 3)^2 = 24(y - 1)$
12) $(x + 7)^2 = 4(y - 11)$
13) $(x + 9)^2 = - 8(y + 10)$
14) $(x - 1)^2 = 12(y - 4)$
15) $x^2 = - 8(y + 10)$
16) $(y - 6)^2 = - 16(x + 6)$
17) $(y - 8)^2 = - 20(x + 1)$
18) $(y - 12)^2 = - 4(x - 2)$
19) $y^2 = - 28(x + 1)$
20) $(y + 4)^2 = - 40x$

21) Las coordenadas del vértice de una parábola son **V(2, 2)** y las del foco **f(6, 2)**. Hallar su ecuación.

22) Las coordenadas del vértice de una parábola son **V(2, - 2)** y las del foco **f(2, - 5)**. Hallar su ecuación.

23) Las coordenadas del vértice de una parábola son **V(- 3, - 1)** y las del foco **f(0, - 1)**. Hallar su ecuación.

24) Las coordenadas del vértice de una parábola son **V(5, 3)** y las del foco **f(- 1, 3)**. Hallar su ecuación.

25) Las coordenadas del vértice de una parábola son **V(- 4, - 2)** y las del foco **f(- 4, 4)**. Hallar su ecuación.

26) Las coordenadas del vértice de una parábola son **V(9, 1)** y las del foco **f(9, - 5)**. Hallar su ecuación.

27) Las coordenadas del vértice de una parábola son **V(3, 1)** y las del foco **f(- 1, 1)**. Hallar su ecuación.

28) Las coordenadas del vértice de una parábola son **V(2, 5)** y la ecuación de la directriz es $x = 4$. Hallar su ecuación.

29) Las coordenadas del vértice de una parábola son **V(- 3, 0)** y la ecuación de la directriz es $y = 4$. Hallar su ecuación.

30) Las coordenadas del vértice de una parábola son **V(- 2, - 2)** y la ecuación de la directriz es $y = - 3$. Hallar su ecuación.

BIBLIOGRAFIA

- Documento 05 LA PARABOLA, INSTITUTO VALLADOLID PREPARATORIA paginas 90-104
- https://steemit.com/stem-espanol/@rbalzan79/la-parabola-determinacion-de-su-ecuacion