



Asignatura: MATEMATICAS		Grado: 10	
Contenido: RELACIONES TRIGONOMETRICAS		FECHA DE ENTREGA: Miercoles 13 de mayo de 2020	
Aprendizaje: Halla relaciones trigonométricas en triángulos rectángulos- Dibuja triángulos rectángulos y halla relaciones trigonométricas en triángulos con medidas reales.			
Saberes Previos: Teorema de Pitágoras. Concepto de Angulo. Medición de ángulos.			
Fases			
Fases	Actividades	Recursos	Desempeños
INICIO	<p>Cordial saludo a los estudiantes de grado once. Deseándoles lo mejor con esta frase de motivación</p> <p>La vida es una serie de colisiones con el futuro; no es una suma de lo que hemos sido, sino de lo que anhelamos ser.-José Ortega y Gasset.</p> <p>Se da inicio a esta guía de matemáticas, la cual empieza resaltando la importancia de la trigonometría.</p> <p>Los estudiantes observan el video</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=SHMVVPjsDhw&feature=emb_logo . En el cual se muestra la importancia y aplicaciones de la trigonometría en forma general</p>	Pc o celular o tablet	1reconoce la importancia del uso de la trigonometría.
DESARROLLO	<p>Leer detenidamente la guía de trabajo n 3 anexa en la cual aparece la definición de que es un triangulo rectángulo, se definen las razones trigonométricas para triángulos rectángulos, se realizan ejemplos en los cuales se utiliza el teorema de Pitágoras y se calculan razones trigonometricas.Actividad 1 realizar los ejercicios propuestos.</p>	Pc o celular o tablet cuaderno, guia de trabajo n3 anexa	<p>utiliza el teorema de pitagoras para hallar un lado faltante en un triangulo rectangulo.</p> <p>utiliza las definiciones de las razones trigonometricas para halla estas</p>
Fases		Individual	
CIERRE DINAMICAS		Grupal	
CIERRE DINAMICAS	<p>Actividad 2 dibujar en una hoja de papel el triangulo del ejercicio a de la guia de trabajo 03 anexa, con sus medidas en centímetros.</p> <p>Actividad 3 dibujar en una hoja de papel el triangulo del ejercicio a de la guia de trabajo 03 anexa, con sus medidas en pulgadas.</p> <p>Actividad 4 .Dibujar un triangulo rectangulo que tenga un angulo de 45 grados(usar transportador normal o el construido la semana anterior), un cateto que mide 8 centímetros, y hallar seno, coseno y tangente en este triangulo dibujado</p> <p>Para repasar o profundizar mas en el contenido. Ver el siguiente link</p> <p>http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/menu_M_G10_U03_L02/index.html</p>		

<p>CIERRE DINAMICAS</p>	<p>http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/menu_M_G10_U03_L03/index.html</p> <p>Al terminar la guía en tu cuaderno de matemáticas puedes enviar fotos de las actividades a los correos elk838383@gmail.com jornada am y profewillman.ortega@gmail.com jornada pm. Recuerda que puedes preguntar a los docentes cualquier duda que tengas, ya sea al correo mostrado u otros medios como facebook o whatsapp.</p> <p>en el siguiente link podrá hacer una simulación de las relaciones trigonométricas.</p> <p>https://www.geogebra.org/m/z7Rdc5NJ</p>	
<p>Evaluación (Heteroevaluación, Coevaluación, Autoevaluación)</p>	<p>Revisión por parte del docente de los ejercicios realizados así como de los dibujos realizados.</p>	
<p>Bibliografía</p>	<p>https://www.youtube.com/watch?v=SHMVVPjsDhw&feature=emb_logo</p> <p>http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/menu_M_G10_U03_L02/index.html</p> <p>http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/menu_M_G10_U03_L03/index.html</p> <p>Material anexo diseñado por el profesor Willman Ortega con la colaboración del profesor Elkin Gutierrez</p> <p>https://www.geogebra.org/m/z7Rdc5NJ</p>	

INSTITUCIÓN EDUCATIVA SAN LUCAS

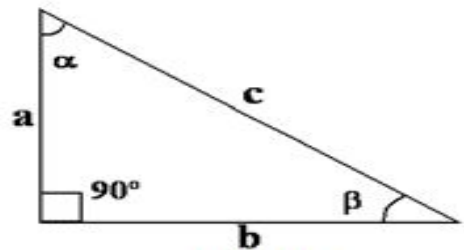
GUÍA DE TRABAJO N° 03

ÁREA : MATEMÁTICAS
TEMA : INTRODUCCIÓN A LA TRIGONOMETRÍA (Parte 03)
 EL PLANO, TRIÁNGULO RESTANGULO Y RAZONES TRIGONOMÉTRICAS
GRADO : 10° **GRUPO :** _____
PROFESOR : WILLMAN ORTEGA MENA
ESTUDIANTES:

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Un triángulo rectángulo es aquel que tiene un ángulo recto o de 90° (sistema sexagesimal) o de $\frac{\pi}{2}$ rad, (sistema circular).

Los lados de un triángulo rectángulo que forman el ángulo recto, se llaman **catetos** (lados **a** y **b**) y el tercer lado (lado **c**, el opuesto al ángulo recto) es la **hipotenusa**.



Todo triángulo rectángulo cumple con el **Teorema de Pitágoras**, el cual dice: *“en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos”*, esto es:

$$(\text{Hipotenusa})^2 = (\text{cateto}_1)^2 + (\text{cateto}_2)^2, \text{ o según la figura anterior}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Las razones trigonométricas son las relaciones que existen entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo. Habiendo dicho que los lados que forman el ángulo recto son llamados catetos, resta por decir que de acuerdo con el ángulo para el cual vamos a definir las razones trigonométricas, los catetos pueden ser llamados **cateto adyacente** si es el lado que está junto al ángulo en cuestión, y **cateto opuesto** si es el lado que se encuentra al frente de dicho ángulo.

Por ejemplo, considerando el ángulo β de la figura 6 el cateto opuesto es el lado **a** y el cateto adyacente es el lado **b**.

En la siguiente tabla podemos resumir tres de las razones trigonométricas considerando el ángulo β de la figura anterior.

NOMBRE	ESCRITURA	CÁLCULO	FÓRMULA según figura anterior
Seno de beta	$\text{sen } \beta$	$\text{sen } \beta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$	$\text{sen } \beta = \frac{a}{c}$
Coseno de beta	$\text{cos } \beta$	$\text{cos } \beta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$	$\text{cos } \beta = \frac{b}{c}$
Tangente de beta	$\text{tan } \beta$	$\text{tan } \beta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$	$\text{tan } \beta = \frac{a}{b}$

Nota: Para despejar el ángulo teniendo el valor de la razón trigonométrica utilizamos la inversa de la razón, que para estos casos se le llama arco de la razón.

Por ejemplo, para la razón seno del ángulo β del triángulo de referencia, tenemos...

$$\text{sen } \beta = \frac{a}{c} \Rightarrow \beta = \text{arc sen} \left(\frac{a}{c} \right)$$

en la calculadora científica el proceso se realiza así: presionar en ese orden las teclas

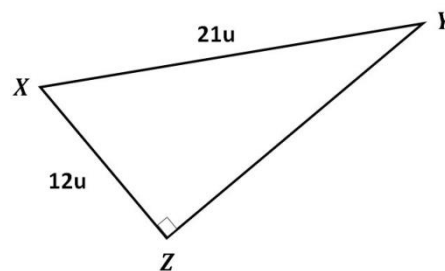
$$\text{SHIFT sin} \left(\frac{a}{c} \right) = \text{y en pantalla aparece}$$

$$\text{sin}^{-1} \left(\frac{a}{c} \right)$$

EJEMPLOS

Analiza la solución de cada uno de los siguientes triángulos rectángulos en los cuales se calcula la medida de los lados y de los ángulos que faltan en cada uno de ellos:

1)



Solución:

Como tenemos la longitud de dos lados y sabemos que el triángulo es rectángulo, podemos aplicar el Teorema de Pitágoras.

Primero observamos que el ángulo recto se encuentra en Z por lo tanto la hipotenusa mide $21u$, un cateto mide $12u$ y nos faltaría el cateto \overline{YZ}

Aplicando el teorema tenemos:

$$(\text{Hipotenusa})^2 = (\text{cateto}_1)^2 + (\text{cateto}_2)^2$$

$$(21u)^2 = (\overline{YZ})^2 + (12u)^2$$

$$(21u)^2 - (12u)^2 = (\overline{YZ})^2$$

$$441u^2 - 144u^2 = (\overline{YZ})^2$$

$$297u^2 = (\overline{YZ})^2$$

$$\sqrt{297u^2} = \sqrt{(\overline{YZ})^2}$$

$$\sqrt{297}u = \overline{YZ}$$

Ahora que tenemos los tres lados podemos utilizar cualquiera de las razones trigonométricas para calcular uno de los ángulos faltantes. En este caso utilizaré la razón coseno del ángulo en X

$$\cos \sphericalangle X = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos \sphericalangle X = \frac{12u}{21u}$$

$$\cos \sphericalangle X = \frac{12u}{21u}$$

$$\cos \sphericalangle X = \frac{4}{7}$$

$$\sphericalangle X = \arccos\left(\frac{4}{7}\right)$$

$$\sphericalangle X = 55^{\circ}09'$$

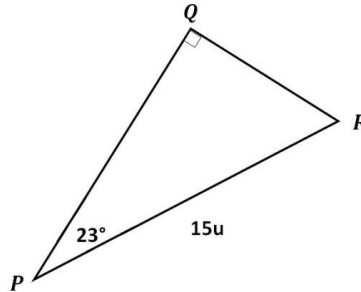
Por diferencia podemos calcular el ángulo en Y

$$\sphericalangle Y = 90^{\circ} - 55^{\circ}09'$$

$$\sphericalangle Y = 34^{\circ}51'$$

Con esto hemos resuelto el triángulo.

2)



Como tenemos la medida de uno de los ángulos no rectos (P), entonces podemos calcular el otro (Q) por diferencia

$$\sphericalangle R = 90^{\circ} - 23^{\circ}$$

$$\sphericalangle R = 67^{\circ}$$

También sabemos que el triángulo es rectángulo por lo tanto podemos aplicar la definición de una razón trigonométrica. Antes observamos que el ángulo recto se encuentra en Q por lo tanto la hipotenusa mide $15u$.

Utilizando la razón seno del ángulo en P tenemos

$$\sin \sphericalangle P = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\sin 23^{\circ} = \frac{\overline{QR}}{15u}$$

$$\overline{QR} = (15u)(\sin 23^{\circ})$$

$$\overline{QR} = (15u)(\sin 23^{\circ})$$

$$\overline{QR} = 5.86u$$

Podemos utilizar el Teorema de Pitágoras o cualquier razón trigonométrica para calcular el lado faltante, en este caso utilizaré la razón tangente del ángulo en P

$$\tan \sphericalangle P = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\tan 23^{\circ} = \frac{\overline{QR}}{\overline{PQ}}$$

$$\tan 23^{\circ} = \frac{5.86u}{\overline{PQ}}$$

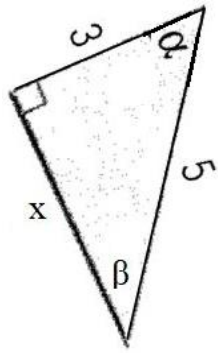
$$\overline{PQ} = \frac{5.86u}{\tan 23^{\circ}}$$

$$\overline{PQ} = 13.80u$$

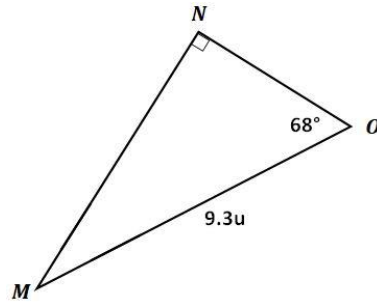
EJERCICIOS

Para cada uno de los siguientes triángulos rectángulos calcula la medida de los lados y de los ángulos que faltan:

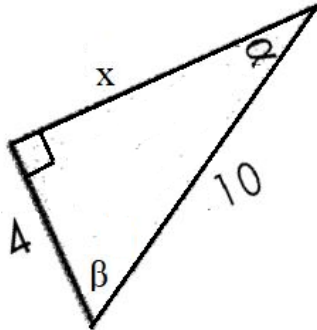
a.



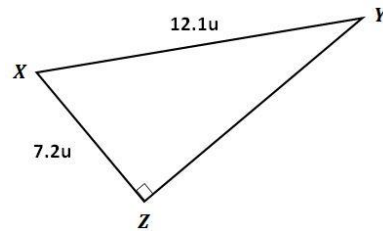
b.



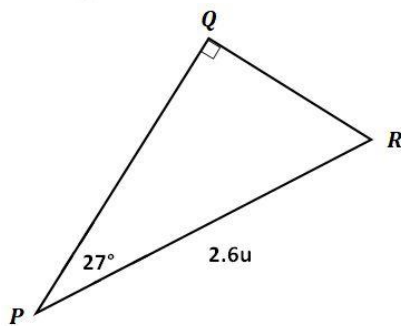
c.



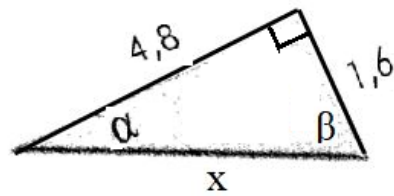
d.



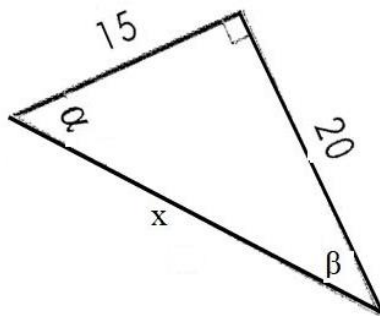
e.



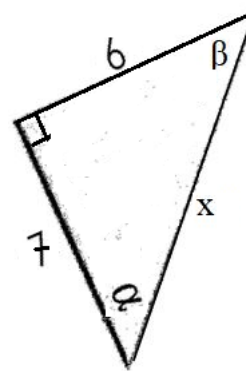
f.



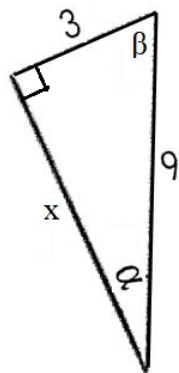
g.



h.



i.



j.

